sin*x*，cos*x* の *n* 階微分

$\sin^{(n)} x = \sin\left(x + \frac{n\pi}{2}\right)$

$\cos^{(n)} x = \cos\left(x + \frac{n\pi}{2}\right)$

解説

$\sin^{(n)} x = \sin\left(x + \frac{n\pi}{2}\right)$ について

$\sin' x = \cos x = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

$\sin'' x = \cos' x = -\sin x = \sin(x + \pi) = \sin\left(x + \frac{2\pi}{2}\right)$

$\sin''' x = (-\sin x)' = -\cos x = \sin\left(x + \frac{3\pi}{2}\right)$

$\sin^{(4)} x = (-\cos x)' = \sin x = \sin\left(x + \frac{4\pi}{2}\right)$

$\vdots$

$\sin^{(n)} x = \sin\left(x + \frac{n\pi}{2}\right)$

あるいは，$k = 0,1,2,\cdots$ とすると，

$n = 4k$ のとき

$\sin^{(n)} x = \sin x$

$n = 4k + 1$ のとき

$\sin^{(n)} x = \cos x$

$n = 4k + 2$ のとき

$\sin^{(n)} x = -\sin x$

$n = 4k + 3$ のとき

$\sin^{(n)} x = -\cos x$

$\cos^{(n)} x = \cos\left(x + \frac{n\pi}{2}\right)$ について

$\cos' x = -\sin x = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

$\cos'' x = (-\sin x)' = -\cos x = \cos(x + \pi) = \cos\left(x + \frac{2\pi}{2}\right)$

$\cos''' x = (-\cos x)' = \sin x = \cos\left(x + \frac{3\pi}{2}\right)$

$\sin^{(4)} x = \sin' x = \cos x = \cos\left(x + \frac{4\pi}{2}\right)$

$\vdots$

$\cos^{(n)} x = \cos\left(x + \frac{n\pi}{2}\right)$

あるいは，$k = 0,1,2,\cdots$ とすると，

$n = 4k$ のとき

$\cos^{(n)} x = \cos x$

$n = 4k + 1$ のとき

$\cos^{(n)} x = -\sin x$

$n = 4k + 2$ のとき

$\cos^{(n)} x = -\cos x$

$n = 4k + 3$ のとき

$\cos^{(n)} x = \sin x$